



ԿԱՌԱՎԱՐՈՒՄ

ՀՈՎՀԱՆՆԵՍ ՈՒՌՈՒՄՅԱՆ

ՀՊՏՀ Գլխավոր մասնաճյուղի դոցենտ,
տեխնիկական գիտությունների թեկնածու

ԿԻՄԱ ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

ԵՊՀ դոցենտ, քիմիական գիտությունների թեկնածու

ԱՐՇԱԿ ՄՆԱՑԱԿԱՆՅԱՆ

ԵՊՀ ասիստենտ

ԲԺՇԿԱԿԱՆ ՍՊԱՍԱՐԿՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑԻ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆ

Տնտեսության սպասարկման ճյուղերի (առևտուր, կապ, տրանսպորտ, առողջապահություն, այլ ծառայություններ) բնականոն զարգացումը տնտեսական արդյունավետության առումով կապված է սպասարկող համակարգերի ճիշտ և գիտականորեն հիմնավորված մեխանիզմների ձևավորման հետ: Այս տեսանկյունից՝ սպասարկման ոլորտի կարարելագործման և դրա որակական ու քանակական բնութագրիչների վերլուծությունն արդիական հնչեղություն ունի: Սակայն սպասարկման համակարգերի վերլուծական մեթոդների կիրառությունը զիջում է տեսական մշակումների մակարդակը: Այսպես արդյունավետ լուծման կարելի է հասնել՝ օգտվելով զանգվածային սպասարկման տեսությունից: Վերջինիս հիման վրա ձևավորված մեթոդաբանությունը թույլ է տալիս ստանալ յուրաքանչյուր սպասարկման համակարգի բնութագիրը, վերլուծել և հաշվարկել կապուղիների օպտիմալ քանակը որոշակի պայմանների դեպքում՝ ապահովելով առավելագույն ծանրաբեռնվածություն և նվազագույն պարապուրդներ: Բժշկական սպասարկման օրինակով ստացվել են սպասարկման համակարգի հիմնական բնութագրիչները:

Հիմնաբառեր. պուասոնյան հոսք, սպասարկման պահանջ, բաշխման պարամետր, ծանրաբեռնվածության ինտենսիվություն, հավանականային բնութագրիչ

JEL: L80, O14

DOI: 10.52174/1829-0280_2021_2_67

Ներածություն: Ծառայությունների ոլորտը շարունակում է մնալ համաշխարհային տնտեսության դինամիկ զարգացող հատվածներից մեկը: Ծառայությունների զարգացման արագացված տեմպերը, ամենից առաջ, որոշվում են միջանկյալ և վերջնական սպառման ծավալների ավելացմամբ, որի արդյունքում դրանց մասնաբաժինը կազմում է ՀՀ ՀՆԱ 70%-ը և շուրջ երկու անգամ գերազանցում է ապրանքների արտադրության ծավալը:

Հայաստանի տնտեսության համար, որը բնութագրվում է ծառայությունների ոլորտի զարգացումներով և դրա հետ կապված կառուցվածքային փոփոխություններով, սպասարկման համակարգերի բաշխումների պարամետրերի՝ պահանջների հոսքի ինտեսիվության (միավոր ժամանակի ընթացքում մուտք գործող պահանջների թիվը), սպասարկման ժամանակի ինտենսիվության (միավոր ժամանակի ընթացքում սպասարկվող պահանջների թիվը), համակարգի ծանրաբեռնվածության (դրանց հարաբերությունը), ինչպես նաև հավանականային բնութագրիչների (համակարգում k թվով պահանջներ լինելու, k թվով սպասարկողների զբաղված լինելու, բոլոր սպասարկողների ազատ լինելու հավանականությունները, հերթի միջին երկարությունը, սպասարկման համակարգում գտնվող պահանջների միջին թիվը և այլն) գնահատումները դառնում են արդիական՝ իրականացվող բարեփոխումների արդյունավետության ապահովման տեսանկյունից:

Նկատելի է սպասարկման արդյունավետության ազդեցությունը հասարակական կյանքի բոլոր կողմերի վրա, որոնց նկատմամբ պահանջմունքների բավարարվածության աստիճանը դասվում է կյանքի որակի կարևորագույն ցուցանիշների շարքին: Այս համատեքստում, ինչպես նաև COVID-19 համավարակի պայմաններում առանձնակի կարևորվում է բժշկական սպասարկման արդյունավետ կազմակերպման հիմնախնդիրը: Ուստի, սպասարկումների կազմակերպման գիտական հիմնավորումը արդիական հնչեղություն ունի և բխում է հասարակության սոցիալական զարգացման պահանջներից: Սույն հոդվածում փորձ է արվում բժշկական սպասարկման օրինակով օպտիմալացնելու սպասարկման ռեժիմը՝ մասնավորեցնելով զանգվածային սպասարկման տեսության արդյունքները, որոնք հնարավորություն են տալիս բավականաչափ բարձր հուսալիությամբ ստանալու սպասարկման հիմնական բնութագրիչները:

Գրականության ակնարկ: Զանգվածային սպասարկման տարաբնույթ համակարգերի համար ավանդաբար առաջարկվել են ուսումնասիրվող գործընթացների նկարագրության և առաջացող հիմնախնդիրների լուծման տարբեր մաթեմատիկական մեթոդներ, որոնք գլխավորապես բովանդակում են գործառնության վերլուծության գործիքակազմ: Առանձին դեպքերում լավ արդյունքներ է տալիս գծային և դինամիկ ծրագրավորման, խաղերի և գրաֆների տեսությունների կիրառումը, սակայն դրանցում անտեսվում է փոփոխականների ստոխաստիկ բնույթը: Այնինչ, ինչպես սպասարկման ենթակա պահանջների միջև առկա ժամանակահատվածը, այնպես էլ սպասարկման ժամանակը պատահական մեծություններ են, որոնց հիման վրա կառուցված մոդելները միայն կարող են տալ հուսալի արդյունքներ: Խնդրի հիմնարար լուծումը կապված է Ա. Էռլանգի ուսումնասիրությունների հետ, ով գիտական հիմքերի վրա դրեց սպասարկման հարցը՝ ապահովելով դիտարկվող համակարգերի տնտեսական արդյունավետությունը: Խնդրո առարկա

թեմայով նրա առաջին՝ «Հավանականությունների տեսությունը և հեռախոսային խոսակցությունները» (1909) և այլ հրապարակումներ նվիրված են կապի սպասարկման ոլորտի հիմնահարցերին: Ընդհանրացնելով ստացված արդյունքները՝ Ա. Էռլանգը դրանք վերածել է զանգվածային սպասարկման՝ որպես հավանականությունների տեսության նոր ուղղության, որը շարունակում է ինտենսիվ զարգանալ: Նրա գաղափարները զարգացրել է իր ժամանակակիցներից հատկապես Ս. Պալմը, ինչպես նաև Տ. Ֆրայան, Դ. Կենդելը, Տ. Սաատին, Ռ. Կրյունը, Ի. Կովալենկոն, Գ. Կլիմովը¹, Ա. Կոֆմանը², Ա. Խինչինը և ուրիշներ³: Ուշագրավ է Ն. Բուալենկոյի⁴ որդեգրած մեթոդաբանությունը՝ բարդ համակարգերի վիճակագրական մոդելավորման եղանակը, որի դեպքում որևէ սահմանափակում չի դրվում պահանջների հոսքի և սպասարկման ժամանակի բաշխումների վրա: Սպասարկման խնդիրներն առնչվում են տարբեր կարգի հերթերին: Ակներև է, որ բոլոր դեպքերում սպասարկման որակն այնքանով է լավ, որքանով մեծ է սպասարկող միավորների (կապուղիների) թիվը, բայց նույնքան ակներև է նաև, որ դրանց չափազանց մեծ աճը կապված է աշխատուժի և նյութական միջոցների ավելորդ կորուստների հետ: Գործնականում խնդիրն այն է, որ նախ՝ ապահովվի սպասարկման անհրաժեշտ մակարդակ, այնուհետև որոշվի սպասարկող միավորների թիվը, որի դեպքում այդ մակարդակին կարելի է հասնել: Նման խնդիրներում հաշվի է առնվում պատահական գործոնների դերը, քանի որ սպասարկման ենթակա պահանջների թիվը հաստատուն չէ և ենթարկվում է պատահական տատանումների մի պահանջից մյուսին անցնելիս: Բնականաբար, զանգվածային սպասարկման տեսության գործիքակազմերը պետք է լինեն հավանականությունների տեսության հասկացությունները և մեթոդները: Մյուս խնդիրը սպասարկման ժամանակի բաշխման օրենքին է վերաբերում:

Հատկանշական է, որ զանգվածային սպասարկման տեսության դասականների աշխատություններում դիտարկվում են բացառապես պուասոնյան հոսքեր, երբ պահանջների հոսքը ենթարկվում է Պուասոնի բաշխման օրենքին, իսկ սպասարկման ժամանակը՝ հիմնականում ցուցչային բաշխման օրենքին:

Տարբերվում են մերժումներով, անսահմանափակ սպասումներով, սպասումներով հերթերի և փակ զանգվածային սպասարկումների համակարգեր: Հետագայում քննարկման առանցքում հայտնվեցին ոչ պուասոնյան համակարգերը, և այս առումով որոշակի արդյունքներ⁵ են ստացել նաև Է.Ա. Դանիելյանը⁶ և Ռ.Ն. Չիթչյանը⁷:

¹ Տե՛ս Климов Г.П., Стохастические системы обслуживания. М., 1966:

² Տե՛ս Кофман А., Крюон Р., Массовое обслуживание. М., 1965:

³ Տե՛ս Palm C., Intensitatsschwankungen im Fernsprechverkehr, Ericsson Technies, 1943:

⁴ Տե՛ս Бусленко Н. П., Математическое моделирование производственных процессов. М., 1964:

⁵ Տե՛ս Chitchyan R.N., Some Limits Theorems in Queue M/M/m/n, Journal « Progress in Cybernetics and Research System», Hemisphere Publishing Corporation, USA, v.3, 1980, էջ 397-403:

⁶ Տե՛ս Даниелян Э.А., Читчян Р.Н., О времени ожидания в системе $E_k/G/1/\infty$, Доклады АН Армянской ССР, том LXVI, no. 2, 1978, էջ 65-70:

⁷ Տե՛ս Даниелян Э.А., Читчян Р.Н., Многомерные предельные теоремы для времени ожидания в приоритетных системах $M/\Gamma/r/1/\infty$, Acta Cybernetica, vol. 5, Fasc. 3, Szeged, Hungary, 1981, էջ 325-343:

Հետազոտության մեթոդաբանություն: Սպասարկման խնդիրների լուծման մեթոդներն ու մոդելները մինչև 20-րդ դարի 20-ական թվականները բնորոշվում էին դետերմինացված փոփոխականներով, մի բան, որ ուղեկցվում էր ուսումնասիրվող գործընթացի աղճատումներով ու շեղումներով: Զանգվածային սպասարկման տեսությունը, որը ստեղծվեց գործնական խնդիրների լուծման անհրաժեշտությունից ելնելով, հնարավորություն է տալիս ստանալու ուսումնասիրվող սպասարկման համակարգի հավանականային բնութագիրը և որոշելու դա բնութագրող բաշխումների պարամետրերը: Զանգվածային սպասարկման բոլոր համակարգերի համար ընդհանուրն այն է, որ անհրաժեշտ է քանակապես վերլուծել տարբեր պահանջների սպասարկման գործընթացները: Պահանջները հայտնվում են սպասարկման ժամանակի պատահական պահերին՝ առաջացնելով, այսպես կոչված, պահանջների հոսքեր: Վերջիններս կարող են ունենալ տարբեր կառուցվածք և հայտնվելու հաճախականություն/ինտենսիվություն: Հետևաբար՝ սպասարկման խնդիրները լուծելու համար նախ անհրաժեշտ է վերլուծել պահանջների հոսքի հավանականային հատկությունները: Սպասարկման ցանկացած համակարգի ուսումնասիրությունը հանգեցվում է ինքնատիպ պատահական գործընթացի վերլուծության, որը կապված է համակարգի մեկ դրությունից մյուսին անցման հետ: Զանգվածային սպասարկման տեսության բազմաթիվ գնահատականները և հաշվարկները ցույց են տալիս, որ խնդրի բավարար լուծումներ ստանալու համար գրեթե բոլոր դեպքերում կարելի է ընդունել, որ համակարգ մուտք գործող պահանջների հոսքը բավարարում է ստացիոնարության, հետազոտության բացակայության և օրդինարության պահանջները, այսինքն՝ պուասոնյան է, այլ խոսքով՝ համակարգի սպասարկման գործընթացը անընդհատ ժամանակով մարկովյան պատահական գործընթաց է⁸: Զանգվածային սպասարկման համակարգը կարող է ունենալ մեկ և ավելի սպասարկման կապուղիներ, որոնցից յուրաքանչյուրի գործողությունը պատահական բնույթ ունի⁹: Այսպիսով՝ համակարգի գործունեությունը կախված է ինչպես պահանջների հոսքի տեսքից ու ներքին կառուցվածքից, այնպես էլ սպասարկող միավորների (կապուղիների) թվից և պահանջների սպասարկման ժամանակի բաշխման օրենքից¹⁰:

Կատարված մեծաթիվ ուսումնասիրությունները և մեր մշտադիտարկումները թույլ են տալիս ընդունել, որ տնտեսագիտական արդյունավետության, բաշխումների պարամետրերի հաշվարկման պարզության և մեկնաբանության համար միանգամայն ընդունելի են պուասոնյան համակարգերի զանգվածային սպասարկման հիմնադրույթները: Որպես տեղեկատվական բազա են ընդունվել Երևանի բժշկական կենտրոններում (գլխավորապես՝ «Աստղիկ» Բ/Կ-ում) տասնօրյա ժամանակահատվածում կատարված մշտադիտարկումները և ՀՎԿ 2018-2020 թթ. հրապարակած պաշտոնական վիճակագրական տվյալները¹¹: Ընտրանքների համասեռությունը, անկախությունը և պատահականությունը ստուգվել են համապատասխան վիճակագրական վար-

⁸ Տե՛ս Кофман А., Крюон Р., նշվ. աշխ.:

⁹ Տե՛ս Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н., Лекции по теории массового обслуживания. Киев, 1963:

¹⁰ Տե՛ս Хинчин А. Я., Работы по математической теории массового обслуживания. М., 1963:

¹¹ Տե՛ս Հայաստանի վիճակագրական տարեգրքեր, 2018–2020 թթ., ՀՎԿ:

կաճների օգնությամբ¹²:

Վերլուծություն: Սպասարկման համակարգի հուսալի մոդել կառուցելու համար առաջնային պահանջը սպասարկող միավորների (սպասարկման ժամանակի) և պահանջների հոսքի պարամետրերի արժանահավատությունն է, որը կախված է դիտարկման տվյալների որակից: Մոդելի հիմնական չափորոշիչներն են տվյալների անկախությունը, համասեռությունը և պատահականությունը:

Եթե միևնույն երևույթի նկատմամբ, բայց տարբեր պայմաններում կատարված դիտարկումների արդյունքում ստացվել են (X_1, X_2, \dots, X_n) և (Y_1, Y_2, \dots, Y_n) նույն ծավալի երկու տարբեր ընտրանքներ, ապա դրանց անկախությունը հանգում է $F(X, Y) = F_1(X)F_2(Y)$ հավասարման բավարարմանը, որտեղ $[(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)]$ -ը երկչափ պատահական մեծության ընտրանք է $F(X, Y)$ բաշխման ֆունկցիայով: Ուստի, անկախության մասին զրոյական վարկածն ունի հետևյալ տեսքը՝ $H: F(X, Y) = F_1(X)F_2(Y)$, որը ստուգել ենք Սպիրմենի անկախության մասին հայտանիշի օգնությամբ:

Ընտրանքների համասեռությունը ստուգվել է դիսպերսիոն վերլուծության միջոցով: Այդ նպատակով ընտրանքային բազմությունը տրոհվում է մի քանի մասերի, որոնց դիսպերսիաները հավասար են: Դա հնարավորություն է տալիս Ֆիշերի հայտանիշի օգնությամբ ստուգելու մաթեմատիկական սպասումների հավասարությունը, որի դրական արդյունքը վկայում է ընտրանքների համասեռության մասին:

Ընտրանքի պատահականություն ասելով հասկացվում է, որ $X = (X_1, \dots, X_n)$ վեկտորի X_i բաղադրիչները միևնույն բաշխումն ունեցող, անկախ պատահական մեծություններ են: Պատահականության մասին զրոյական վարկածն ունի հետևյալ տեսքը՝ $H_0: F_X(x) = F(x_1) \cdot F(x_2) \cdot \dots \cdot F(x_n)$: Եթե պատահականության մասին վարկածը ճիշտ է, ապա X վեկտորի բաղադրիչները «իրավահավասար են», հետևաբար՝ որևէ իմաստով չեն կարող կարգավորված լինել: Այլ կերպ ասած՝ H_0 -ին համապատասխանող իրավիճակը կարելի է բնութագրել որպես «լրիվ անկարգավորվածություն», և հակառակը՝ H_0 -ից շեղվելու դեպքում սկզբնական տվյալներն ունեն այս կամ այն կարգը՝ արտահայտելով որոշակի կապ: Ուստի, H_0 վարկածի ստուգումը կառուցվում է այնպիսի վիճականիների հիման վրա, որոնք ցույց են տալիս սկզբնական տվյալների «անկարգավորվածության աստիճանը»: Այդպիսի վիճականի է շրջադասությունների (ինվերսիա) թիվն ընտրանքում, որով և առաջնորդվել ենք այս խնդրում:

Գործնականում սպասարկման համակարգերը մարկովյան անընդհատ ժամանակով պատահական գործընթացներ են, որը նշանակում է, որ մի դրությունից մյուսին անցումը կարող է տեղի ունենալ ժամանակի ցանկացած t պահի, ի տարբերություն դիսկրետ ժամանակով գործընթացների, երբ այդ անցումները տեղի են ունենում թռիչքաձև: Սույն հոդվածի համար կարևոր նշանակություն ունի այն հիմնադրույթը, որ եթե համակարգը դրությունից դրություն փոխադրող պատահական հոսքերը պուասոնյան են, ապա համակարգում ընթացող գործընթացը մարկովյան է՝ անընդհատ ժամանակով: Ապացուցված է նաև հակադարձ պնդումը:

¹² Ст'ю Ивченко Г.И., Медведев Ю.И., Математическая статистика, методы статистики. М., 1984, էջ 123-137:

Պահանջների հոսքը բնութագրելու համար մտցնենք $X(t)$ պատահական ֆունկցիան, որը ներկայացնում է պահանջների թիվը, որոնք պետք է սպասարկել $(0, t)$ ժամանակահատվածում: Եթե ֆիքսենք փորձերի արդյունքներով ստացված $X(t)$ -ի արժեքները, ապա կստանանք մի որոշակի $X_k(t)$ ֆունկցիա, որը $X(t)$ -ի իրականացումն է տվյալ փորձում: Այդ ֆունկցիան արդեն պատահական չէ: Սակայն նկատի ունենալով այն հանգամանքը, որ պատահական ֆունկցիան լրիվ բնութագրելու համար գործնականում անհնար է դրա բոլոր հնարավոր իրականացումները որոշել, ընդունված է $X(t)$ պատահական ֆունկցիան համարել որոշված, եթե ցանկացած t_1, t_2, \dots, t_n տևողություններով ժամանակահատվածների համար կարելի է նշել յուրաքանչյուրում առկա պահանջների թիվը: Քանի որ վերջիններս պատահական մեծություններ են, ապա խնդիրը բերվում է դրանց հավանականային բնութագրիչների որոշմանը: Բայց $X(t)$ ֆունկցիան ընդունում է միայն դրական ամբողջ արժեքներ, ուստի, դիտարկվող խնդրում պահանջների հոսքը $(0, t_1)$ ժամանակի ընթացքում կլինի k_1 պահանջներ, $(0, t_2)$ ժամանակի ընթացքում՝ k_2 պահանջներ և այլն: Այդ հավանականությունները նշանակենք $P_k(t)$, որտեղ $k = 1, 2, \dots$:

Դիտարկումները թույլ են տալիս ընդունել, որ սպասարկման համակարգում պահանջների թիվը ուսումնասիրվող ժամանակաշրջանում կախված չէ ժամանակի հաշվարկման սկզբից, այլ կախված է միջակայքի երկարությունից, այսինքն՝

$$P\{X(t) = k\} = P\{X(t_0+t) - X(t_0) = k\}, \text{ որտեղ } (k=0, 1, \dots, n),$$

որը նշանակում է՝ պահանջների հոսքն օժտված է ստացիոնարությամբ:

Սպասարկման համակարգում պահանջների թիվը յուրաքանչյուր t պահին կախված չէ այն բանից, թե մինչև t պահը քանի պահանջներ են եղել համակարգում: Այլ խոսքով՝ դիտարկվող պահանջների հոսքն օժտված է նաև հետագդեցության բացակայության հատկությամբ:

Միաժամանակ, համակարգում երկու և ավելի պահանջների մուտքի հավանականությունը ընդունելով բավականաչափ փոքր մեծություն, կարող ենք ասել, որ պահանջների հոսքը բնութագրվում է նաև օրդինարության հատկությամբ:

Նշված հատկություններով օժտված պահանջների հոսքը կոչվում է պուասոնյան (պարզագույն) հոսք, որի հավանականային բնութագրիչները որոշվում են հետևյալ բանաձևով՝

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

որտեղ λ -ն պահանջների թիվն է միավոր ժամանակի ընթացքում:

Իսկ մեկ պահանջի սպասարկման ժամանակը, որպես պատահական մեծություն, ենթարկվում է ցուցային բաշխման օրենքին՝

$$F(t) = P(\mu > t) = e^{-\nu t}, \quad (2)$$

որտեղ $1/\nu$ -ն մեկ պահանջի սպասարկման միջին ժամանակն է,

$\rho = \lambda / \nu$ հարաբերությունն ընդունված է անվանել ծանրաբեռնվածության ինտենսիվություն:

Այսպիսով՝ ունենք զանգվածային սպասարկման տեսության n սպասարկման միավորներով (կապուղիներով) սպասումներով համակարգ, որին

բնորոշ են երեք հնարավոր իրավիճակներ¹³.

- ա) $k=0$, համակարգում պահանջներ չկան, սպասարկող միավորների լրիվ պարապուրդ,
- բ) $k \leq n$, միաժամանակ սպասարկվում են k կապուղիներ, մնացյալ $n-k$ կապուղիներն ազատ են,
- գ) $k > n$, բոլոր կապուղիները զբաղված են, և նոր պահանջները պետք է սպասեն սպասարկման միավորների լրիվ ազատմանը¹⁴:

Նկատի ունենալով նաև այն հանգամանքը, որ պահանջների թիվը բավականաչափ մեծ է, համակարգը բնութագրելու համար կատարենք նշանակումներ.

$P_0(t)$ - հավանականությունն այն բանի, որ ժամանակի t պահին համակարգում պահանջներ չկան,

$P_k(t)$ - հավանականությունն այն բանի, որ ժամանակի t պահին համակարգում կան k պահանջներ ($k=1,2,\dots$)¹⁵:

$P_k(t)$ - ները որոշվում են սովորական գծային համասեռ դիֆերենցիալ հավասարումների հայտնի համակարգից, որի ստացիոնար լուծումն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$P_k = \begin{cases} \frac{g^k}{k!} & 1 \leq k < n \\ \frac{g^k}{k!} p_0 & k \geq n \end{cases}, \quad (3)$$

որտեղ $P_k = \lim_{t \rightarrow \infty} P_k(t)$ ՝ ցանկացած k -ի համար, ընդ որում՝

$$P_0 = \frac{1}{\frac{g^n}{(n-1)!(n-g)} + \sum_{k=0}^{n-1} \frac{g^k}{k!}}: \quad (4)$$

Հանրապետության բժշկական կենտրոններում իրականացված ընտրանքային դիտարկումները թույլ են տալիս ընդունել, որ բժիշկների հուսալի և ամբողջական ծանրաբեռնվածությամբ ծառայություն մատուցելու հավանականությունը փոփոխվում է $P_q \in (0,85-0,95)$ միջակայքում: Վերջինս կախված է ինչպես նրանց մասնագիտական հմտություններից ու տեխնիկական զինվածությունից, այնպես էլ հոգեբանական ու կենսաբանական բնույթի գործոններից: Խնդիրը մասնավորեցնելով պլաստիկ վիրաբույժների օրինակով՝ ընդունենք բոլոր բժիշկների զբաղված լինելու հավանականությունը՝ $P_q = 0,9$: Պահանջվող բժիշկների թիվը որոշելու համար անհրաժեշտ է հասնել այն բանին, որ տվյալ T հերթափոխում սպասարկման սկզբին սպասելու ժամանակը հերթափոխի տևողությունը գերազանցելու պատահարի հավանականությունը լինի բավականաչափ փոքր մեծություն.

$$P(\mu > T) = 0,05: \quad (5)$$

Օգտվելով զանգվածային սպասարկման տեսության հիմնադրույթներից՝ կունենանք.

$$P(\mu > T) = P_q e^{-(n-\nu\lambda)T}, \quad (6)$$

¹³ Տե՛ս Саати Т.Л., Элементы теории массового обслуживания и ее приложения. М., 1965:

¹⁴ Տե՛ս Хинчин А.Я., նշվ. աշխ.:

¹⁵ Տե՛ս Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н., Введение в теорию массового обслуживания. М., 1967:

որտեղից կորոշենք պահանջվող քանակը՝

$$n = \frac{1}{v} \left[\lambda - \frac{1}{t} \ln \frac{P(\mu > t)}{P_q} \right]; \quad (7)$$

Ունենալով n, λ, v մեծությունների արժեքները՝ կարող ենք ստանալ համակարգը բնութագրող մյուս ցուցանիշները.

ա) հավանականությունը, որ բոլոր սպասարկող բժիշկներն ազատ են, որոշվում է (4) բանաձևով,

բ) հավանականությունը, որ համակարգում կան k պահանջներ, այն պայմանում, որ պահանջների թիվը փոքր է սպասարկող բժիշկների թվից.

$$P_k = \frac{g^k}{k!} p_0 \quad 1 \leq k < n, \quad (8)$$

իսկ երբ պահանջների թիվը մեծ է սպասարկող բժիշկների թվից, ապա.

$$P_k = \frac{g^k}{n! n^{k-1}} p_0 \quad k \geq n, \quad (9)$$

գ) սպասարկման սկզբին սպասելու միջին ժամանակը.

$$T_u = \frac{P_q}{nv - \lambda}, \quad \frac{\lambda}{nv} < 1, \quad (10)$$

դ) սպասարկման սկզբին սպասող պահանջների միջին թիվը.

$$N_1 = \frac{P_n \lambda}{nv(1 - ng)^2} p_0, \quad (11)$$

ե) սպասարկման համակարգում գտնվող պահանջների միջին թիվը.

$$N_1 + \frac{np_n}{1 - \frac{g}{n}} + p_0 \sum_{k=1}^{n-1} \frac{g^k}{(k-1)!}, \quad (12)$$

զ) ազատ բժիշկների միջին թիվը.

$$N_3 = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-k)p_0 g^k}{k!}; \quad (13)$$

Բերված առնչությունները հնարավորություն են ընձեռում լիովին վերլուծելու համակարգը, տալու դրա քանակական բնութագրերը: Խնդիրը լուծվել է 2018–2020 թթ. մշտադիտարկումների արդյունքներով, պահանջների 50 քայլով, $k_i \in (50-250)$ միջակայքի համար, հերթափոխի տևողությունը՝ $L=8$ ժամ:

Աղյուսակ 1

Բժշկական սպասարկման մեխանիզմի հիմնական բնութագրական ցուցանիշները

| Պահանջների թիվը (k_i) | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|
| Ինտենսիվությունը (λ_i) | 0,625 | 1,25 | 1,875 | 2,5 | 3,125 |
| Ծանրաբեռն. ինտենսիվությունը (ρ_i) | 0,93 | 1,87 | 2,8 | 3,73 | 4,66 |
| Բժիշկների օպտիմալ թիվը (n_i) | 0,4 | 1,33 | 2,26 | 3,2 | 4,18 |
| Հավանականութ., որ $k_i \leq 2$, p_{2i} | 0,043 | 0,174 | 0,392 | 0,696 | 1,088 |
| Սպաս. սկզբ. սպ. պահանջ. թիվը (N_{ii}) | 0,27 | 0,11 | 0,017 | 0,007 | 0,002 |

Այստեղ պահանջների հոսքը բնութագրվում է $\lambda_i = k_i / 80$ բաշխման պարամետրերով, իսկ մեկ հիվանդի սպասարկման միջին ժամանակը՝ $\frac{1}{n} \approx 1.5$

ժամ, $v \approx 0.67$:

Հետազոտության արդյունքները ներկայացված են աղյուսակ 1-ում, համաձայն որի՝ 50 պահանջի (հիվանդի) դեպքում լիարժեք սպասարկում կա-

րող է իրականացվել 40% թերծանրաբեռնվածությամբ, 100-ի դեպքում՝ մեկ բժիշկ՝ 33% գերծանրաբեռնվածությամբ կամ 2 բժիշկ՝ 67% թերծանրաբեռնվածությամբ և այլն, իսկ համակարգում 2-ից ավելի պահանջներ լինելու հավանականությունը և սպասարկման սկզբին սպասելու պահանջների միջինները բավականաչափ փոքր են, ինչը վկայում է սպասարկման մեխանիզմի արդյունավետության և բարելավման հնարավոր քայլերի մասին:

Նման համակարգերի ուսումնասիրության ընթացքում հետաքրքրություն են առաջացնում սպասարկման համակարգի արդյունավետության տարբեր ցուցանիշներ: Հաճախ անհրաժեշտ է իմանալ բոլոր սպասարկող միավորների զբաղված լինելու, ինչպես նաև համակարգում որոշակի թվով պահանջներ լինելու (ինչպես սպասարկվող, այնպես էլ սպասարկման սպասող) հավանականությունները: Դրանք թույլ են տալիս որոշելու այնպիսի կարևոր ցուցանիշներ, ինչպիսիք են հերթի երկարության մաթեմատիկական սպասումը, սպասարկման համակարգում գտնվող պահանջների մաթեմատիկական սպասումը, ազատ սպասարկման միավորների թվի մաթեմատիկական սպասումը:

Եզրակացություններ: Հերթերի հիմնախնդիրը շարունակում է դասվել քաղաքակիրթ հասարակությունների կարևորագույն մտահոգությունների շարքին, որը, որպես կանոն, անլուծելի է: Բայց եթե սպասումն անխուսափելի է, դա կարելի է որոշակիորեն վերահսկել՝ ուսումնասիրելով սպասարկման կառուցվածքը և բարելավելով սպասարկման որակը: Այս նկատառումներով՝ սպասարկման գործընթացն անհրաժեշտ է կապել որոշակի արժեքային ֆունկցիայի հետ, մի բան, որը հետազոտվող հիմնախնդրին տնտեսագիտական բովանդակություն է հաղորդում: Ակներև է, որ այդ արժեքային ֆունկցիան պետք է կապված լինի այլ հասկացությունների, մասնավորապես՝ հուսալիության հետ: Բացի այդ, պահանջները (հաճախորդները) հավասարազոր չեն և կարող են ունենալ տարբեր առավելություններ, որը խախտում է սպասարկման հերթը:

Ընդհանրացնելով զանգվածային սպասարկման ոլորտում կատարված տեսական և գործնական ուսումնասիրությունները՝ անվիճելի է Ա. Էռլանգի առաջարկած զանգվածային տեսության առավելությունները, որը, հավանականությունների տեսությունից սերվելով, ստացել է ինքնուրույն գիտական ուղղության նշանակություն: Բազմաթիվ և բազմաբնույթ տեսական և գիտագործնական ուսումնասիրությունները համադրելով մեր՝ բժշկական սպասարկման ոլորտում 2018–2020 թթ. կատարած մշտադիտարկումների հետ՝ կարող ենք եզրակացնել, որ պահանջների հոսքը գլխավորապես բավարարում է. ա) ստացիոնարությունը, այսինքն՝ ցանկացած ժամանակահատվածում k քանակի պահանջներ հանդես գալու հավանականությունը կախված է միայն պահանջների թվից և ժամանակահատվածի տևողությունից, բ) հետազդեցության բացակայությունը, այսինքն՝ ցանկացած ժամանակահատվածում k քանակի պահանջներ հանդես գալու թիվը կախված չէ նախորդ ժամանակի պահերի պահանջներ լինել-չլինելու հանգամանքից, և գ) օրդինարությունը, այսինքն՝ ժամանակի միևնույն պահին (շատ փոքր ժամանակահատվածում) մեկից ավելի պահանջների հավանականությունը շատ փոքր է միայն մեկ պահանջ հանդես գալու հավանականությունից: Պահանջների սպասարկման ժամանակի ցուցային բաշխման ենթարկվելու վերաբերյալ

վարկաձև ստուգվել է Կոլմոգորով-Սմիռնովի համաձայնության հայտանիշով: Ուստի, առաջադրված խնդրի լուծման համար կիրառելի են պուասոնյան համակարգի հիմնադրույթները, որի հիման վրա մշակված մեթոդի կիրառությունը հնարավորություն է ընձեռում տալու ցանկացած բնույթի սպասարկման համակարգի բնութագիրը, վերլուծելու տվյալ սպասարկման համակարգին բնորոշ սպասարկողների և սպասարկման ժամանակի փոխկապվածությունը, որոշելու կապուղիների (սպասարկողների) օպտիմալ քանակը՝ ապահովելով դրանց առավելագույն ծանրաբեռնվածությունը և նվազագույն կորուստները: Առողջապահության ոլորտի օրինակով բերված են սահմանափակ սպասումներով սպասարկման ռեժիմի համար համակարգի հիմնական հավանականային բնութագրիչները, որոնք հնարավորություն են տալիս գնահատելու և բարելավելու սպասարկման մեխանիզմը:

Ըստ բժշկական համակարգի վերաբերյալ աշխատանքում կատարված ուսումնասիրությունների՝

1. Զանգվածային սպասարկման տեսության հիմնադրույթների օգնությամբ որոշվել են բժշկական սպասարկման համակարգը բնութագրող հիմնական բաշխումների պարամետրերը:
2. Որոշվել է բժշկական սպասարկման անձնակազմի օպտիմալ կառուցվածքը, որն ապահովում է բժիշկների առավելագույն ծանրաբեռնվածությունը՝ պահանջների (հիվանդների) սպասման նվազագույն ժամանակի պայմանում:
3. Ստացված արդյունքները հնարավորություն են տալիս լիովին բացահայտելու սպասարկման համակարգի ներուժը՝ բարձրացնելով սպասարկման գործընթացի արդյունավետության մակարդակը:

Օգտագործված գրականություն

1. Հայաստանի վիճակագրական տարեգրքեր, 2018-2020 թթ., ՀՎԿ:
2. Бусленко Н.П., Математическое моделирование производственных процессов, М., 1964.
3. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н., Лекции по теории массового обслуживания, Киев, 1963.
4. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н., Введение в теорию массового обслуживания, М., 1967.
5. Даниелян Э.А., Читчян Р.Н., Многомерные предельные теоремы для времени ожидания в приоритетных системах $M_r/G_r/1/\infty$, Acta Cybernetica, vol. 5, Fasc. 3, Szeged, Hungary, 1981.
6. Даниелян Э.А., Читчян Р.Н., О времени ожидания в системе $E_k/G/1/\infty$, Доклады АН Армянской ССР, том LXVI, no. 2, 1978.
7. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И., Математическая статистика, М., 1984.
8. Климов Г.П., Стохастические системы обслуживания, М., 1966.
9. Кофман А., Крюон Р., Массовое обслуживание, М., 1965.
10. Розанов Ю.А., Случайные процессы, М., 1971.
11. Саати Т.Л., Элементы теории массового обслуживания и ее приложения, М., 1965.
12. Хинчин А.Я., Работы по математической теории массового обслуживания, М., 1963.

13. Chitchyan R.N., Some Limits Theorems in Queue M/M/m/n, Journal «Progress in Cybernetics and Research System», Hemisphere Publishing Corporation, USA, v.3, 1980.
14. Palm C., Intensitatsschwankungen im Fernspreverkehr, Ericsson Technies, 1943.

ОГАНЕС УРУМЯН

*Доцент Гюмрийского филиала АГЭУ,
кандидат технических наук*

КИМА ПЕТРОСЯН

Доцент ЕГУ, кандидат химических наук

АРШАК МНАЦАКАНЯН

Ассистент ЕГМУ

Исследование процессов медицинского обслуживания. –

Применение разработанной методики на основании теории массового обслуживания позволяет дать характеристику любой обслуживающей системе, проанализировать и определить оптимальное количество каналов для конкретных условий, обеспечивая их максимальную нагрузку и минимальные простои. На примере области здравоохранения приведены основные характеристики системы для режима обслуживания с ожиданием.

Ключевые слова: пуассоновский поток, требования обслуживания, параметр распределения, интенсивность загрузки, вероятностная характеристика.

JEL: L80, O14

DOI: 10.52174/1829-0280_2021_2_67

HOVHANNES URUMYAN

Associate Professor of ASUE Gyumri Branch, Doctor of Engineering

KIMA PETROSYAN

Associate Professor of YSU, PhD in Chemistry

ARSHAK MNATSAKNYAN

Assistant Professor of YSMY

Analysis of Medical Service Processes. – The use of the key assumptions of customer service gives a chance to estimate key characteristics, to analyse the functions of the main channels and to identify the optimal proportion by ensuring the highest business and minimal costs. Based on the case of health sector, the key metrics of customer service sector have been calculated.

Key words: poisson flow, service requirement, distribution service parameters, load intensity, probalistic characteristics.

JEL: L80, O14

DOI: 10.52174/1829-0280_2021_2_67